



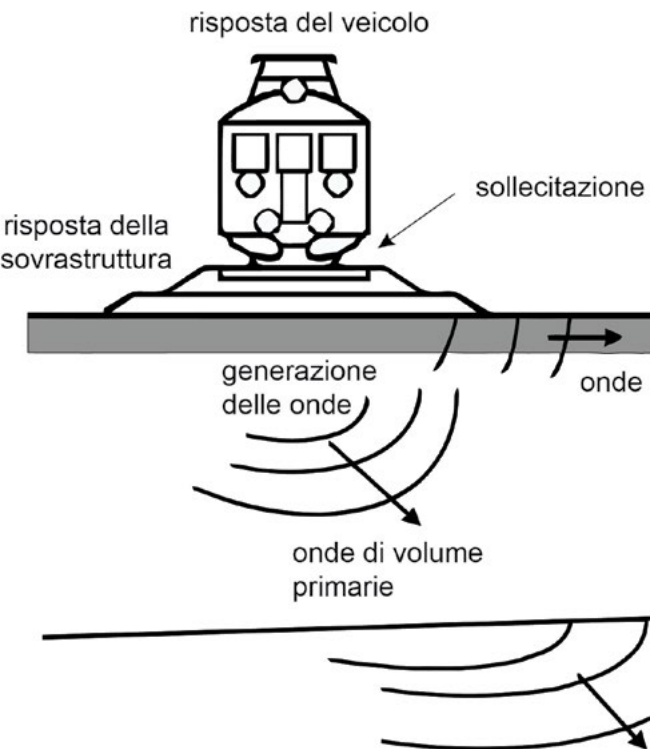
## The Mitigation of Train-Induced Ground Vibrations in Nearby Buildings

Giovanni Leonardi, Dario Lo Bosco  
giovanni.leonardi@unirc.it, dario.lobosco@unirc.it

*The study of the ground-borne vibrations caused by high speed trains has received considerable attention in recent years, due to the effects of vibrations on historical buildings, in terms of structural damage, and on population, in terms of discomfort.*

*The problem has become more significant with the increasing the speed and weight of trains, which results in heavier loads on the tracks. Therefore, a method to investigate the propagation of vibration waves in the soil and the possible mitigation solutions must be found.*

*This paper aims to study the train-induced ground vibrations and the mitigation effects of barriers using a Finite Element Method (FEM) model. The results of the proposed project aims at assessing the effect of the barrier on the vibrations caused by the passing of high-speed trains and the following conclusions can be made: concrete seems to provide a consistent reduction in the vibrations. The proposed method can be successfully applied to a preliminary analysis of the influence of different types of barriers on the dynamic properties of vibration waves in the soil.*



THE MEDITERRANEA TOWARDS 2030  
STUDIES AND RESEARCH ON HISTORICAL HERITAGE AND  
ANTHROPIC LANDSCAPES, CONSERVATION AND REGENERATION

[www.archistor.unirc.it](http://www.archistor.unirc.it)

ArchistoR EXTRA 6 (2019)

ISSN 2384-8898

Supplemento di ArchistoR 12/2019

ISBN 978-88-85479-08-1

DOI: 10.14633/AHR189



# Mitigazione delle vibrazioni ferroviarie in prossimità di edifici

Giovanni Leonardi, Dario Lo Bosco

Le vibrazioni generate dal traffico ferroviario ad alta velocità possono rappresentare un'importante causa di disturbo e disagio per la popolazione residente in prossimità delle infrastrutture ferroviarie, nonché di danni strutturali sul patrimonio edilizio, in particolare, su quello storico<sup>1</sup>. Il problema delle vibrazioni ferroviarie e tramviarie nelle aree abitative assume notevole importanza, in particolare con riferimento a tipologie edilizie spiccatamente vulnerabili come nel caso dei centri storici, queste, infatti, possono arrecare disturbo alle persone, riduzione della efficienza operativa delle strutture e, nei casi più gravi, possono anche costituire dei rischi per la stessa integrità strutturale o architettonica degli edifici, specie per quelli più antichi. Tale tematica è perfettamente coerente con gli obiettivi di interesse presenti nella Strategia Agenda 2030, in particolare quello di rendere le città e gli insediamenti umani inclusivi, sicuri, duraturi e sostenibili; infatti, le vibrazioni di piccola ampiezza causano fastidio alle persone mentre vibrazioni di entità maggiore possono provocare danni alle strutture e tra queste quelle più vulnerabili sono senz'altro i monumenti e gli edifici storici a causa delle basse caratteristiche meccaniche dei materiali con cui spesso sono stati costruiti.

1. CIRIANNI, LEONARDI 2012.

Le vibrazioni ferroviarie sono causate dalle elevate forze (principalmente verticali) che si generano nell'interazione ruota-binario durante il passaggio dei treni<sup>2</sup>. Queste vibrazioni si trasmettono alla sovrastruttura e si propagano nel terreno attraverso sia onde di volume (compressione *P-wave* e taglio *S-wave*) sia onde di superficie (Rayleigh), in misura differente in funzione al tipo di infrastruttura.

Mentre le onde di volume decadono in prossimità della superficie del terreno, le onde di Rayleigh (*R-wave* o onde di superficie) si propagano liberamente sulla superficie secondo fronti d'onda cilindrici e producono vibrazioni che sono la risultante di una vibrazione polarizzata su un piano verticale, in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione, e di una vibrazione orizzontale polarizzata lungo la direzione di propagazione. Il moto risultante sul piano verticale è ellittico retrogrado. La deformazione indotta è sia di taglio che di compressione.

I sistemi di isolamento tipici sono trincee e barriere posizionate tra la sorgente vibrazionale e gli edifici o gli eventuali ricevitori da proteggere. Le trincee sono scavi aperti mentre le barriere sono discontinuità realizzate con materiale con rigidità molto diversa rispetto a quella del terreno in cui vengono posizionate. Gli effetti di mitigazione delle diverse tipologie di barriera sono stati studiati da numerosi ricercatori<sup>3</sup>. Poiché nel caso delle trincee, venendosi a creare un'interfaccia terreno-vuoto, non si hanno onde trasmesse a valle, la capacità delle trincee di abbattere le vibrazioni è generalmente superiore a quella delle barriere<sup>4</sup>.

Non sempre, però, le trincee possono essere utilizzate, a causa di problemi esecutivi e della stabilità degli scavi nel tempo. Per ovviare a tali inconvenienti, negli anni recenti<sup>5</sup>, sono state studiate anche le barriere realizzate con diaframmi rigidi (ad esempio in calcestruzzo), oppure da materiali deformabili stabilizzanti (ad esempio in bentonite, polistirolo, argilla espansa).

Poiché gli studi su modelli in vera grandezza sono spesso difficili e onerosi da realizzare, le analisi attraverso metodi numerici, differenze finite (FDM), elementi finiti (FEM)<sup>6</sup> e *Boundary Element Method* (BEM)<sup>7</sup> possono rappresentare una valida alternativa per studiare la geometria e verificare l'efficacia delle barriere e delle trincee.

2. FERRARA, LEONARDI, JOURDAN 2012; FERRARA, LEONARDI, JOURDAN 2013.

3. CHOUW, LE, SCHMID 1991; KATTIS, POLYZOS, BESKOS 1999a; KATTIS, POLYZOS, BESKOS 1999b; BUONSANTI *ET ALII* 2009a.

4. BARKAN 1962; RICHART, HALL, WOODS 1970; ADAM, VON ESTORFF 2005.

5. AHMAD, AL-HUSSAINI 1991; AL HUSSAINI, AHMAD 1991; AHMAD *ET ALII* 1996; AL-HUSSAIN *ET ALII* 2000; KIM *ET ALII* 2000; SHRIVASTAVA, KAMESWARA RAO 2002.

6. HALL 2003; GAO *ET ALII* 2008; BUONSANTI *ET ALII* 2009b; YANG, HUNG 2009; YANG, HUNG, KAO 2010; LEONARDI, BUONSANTI 2014.

7. EMAD, MANOLIS 1985; DASGUPTA, BESKOS, VARDOLAKIS 1986; BANERJEE, AHMAD, CHEN 1988; AHMAD, AL-HUSSAINI 1991.

Nel presente articolo si valuteranno gli effetti positivi prodotti dalla presenza di barriere in calcestruzzo e in terreno compattato sulla propagazione delle vibrazioni prodotte da un treno ad alta velocità in transito su un rilevato ferroviario attraverso lo sviluppo e l'implementazione di modelli agli elementi finiti<sup>8</sup>. Per valutare l'efficacia dell'intervento di mitigazione verrà, inoltre, condotto un confronto con un modello realizzato in assenza di barriere.

L'approccio proposto ha come obiettivo quello di fornire uno strumento analitico per la progettazione delle barriere poste a protezione di edifici e centri storici in modo da attenuare i possibili danni causati dalle vibrazioni ferroviarie.

### *Modellazione del fenomeno di propagazione delle vibrazioni ferroviarie*

#### Modello agli elementi finiti

La sovrastruttura ferroviaria è stata modellata facendo riferimento alle caratteristiche dimensionali di una linea ad alta velocità italiana (RFI). Gli elementi principali del modello sono riportati nella tab.1 e nella fig. 1.

Per analizzare il processo di propagazione delle vibrazioni nel suolo è stata considerata una profondità del terreno di 7 m. Le proprietà fisiche e meccaniche dei materiali impiegati nella costruzione del modello agli elementi finiti sono state ricavate da test e validazioni sperimentali presenti in letteratura<sup>9</sup> e sono riportate nella tabella seguente.

Inoltre, è stata considerata, nel semi spazio di riferimento, una discontinuità (larga 40 cm e profonda 4.0 m) posta ad una distanza di 3.0 m rispetto al rilevato ferroviario secondo lo schema di fig. 2.

Poiché nei problemi di studio di propagazione delle onde la dimensione degli elementi del modello è funzione della più alta frequenza e della più bassa velocità ( $V_R$ ) dell'onda, sono stati adottati elementi di dimensioni non superiori a  $1/8-1/10$  della lunghezza d'onda<sup>10</sup>, seguendo questo approccio sono state utilizzate mesh con dimensioni massime pari a 0.2 m anche in funzione della velocità d'onda di Rayleigh ( $VR = 0.54 \times VP = 53.47$  m/s) e della frequenza d'onda più elevata (100 Hz).

Il modello 2-D assialsimmetrico, illustrato nella fig. 1 è composto quindi da 2159 elementi (CAX4R) e 2264 nodi.

8. LAMB 1904; EWING, JARDETZKY, PRESS 1958, MILLER, PURSEY 1954, MILLER, PURSEY 1955; GRAFF 1991.

9. BUONSANTI *ET ALII* 2009b; YANG, HUNG 2009.

10. KUHLEMEYER, LYSMER 1973.

| Elemento                | Spessore (cm) |
|-------------------------|---------------|
| strato super-compattato | 30.00         |
| sub-ballast             | 12.00         |
| Ballast                 | 35.00         |
| Rilevato                | 58.00         |

Tabella 1. Elementi principali del modello (elaborazione a cura di G. Leonardi).

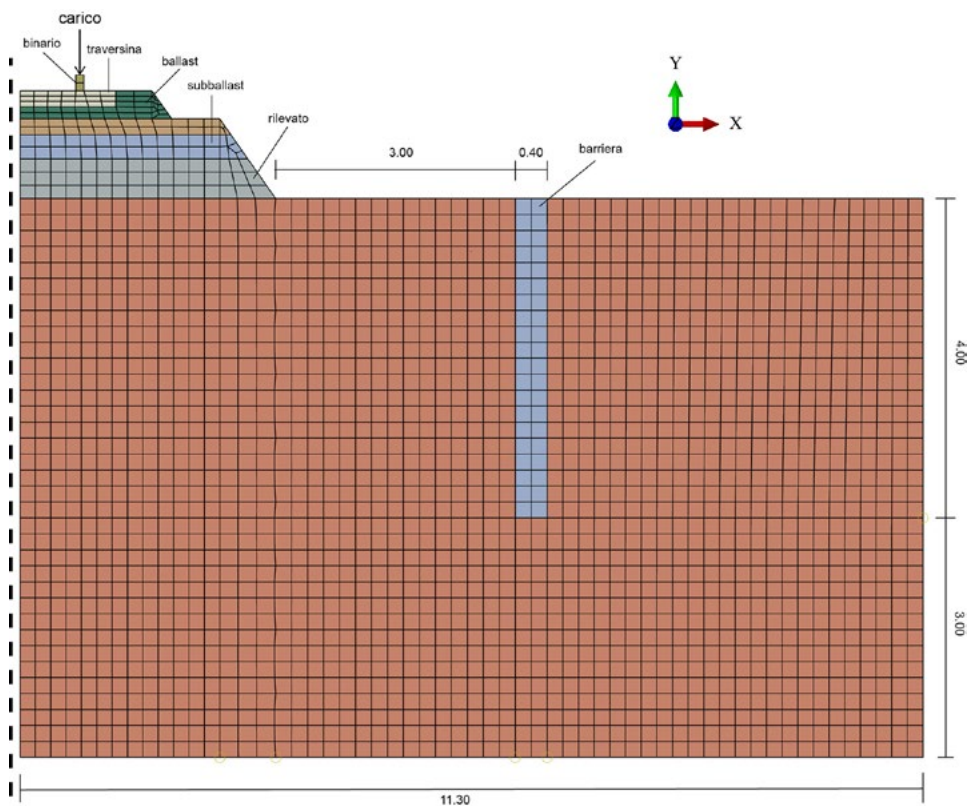


Figura 1. Modello del sistema ferroviario-terreno-barriera (elaborazione a cura di G. Leonardi, 2019).

| <i>caratteristiche<br/>meccaniche</i> | <i>rotaia<br/>UIC60<br/>(acciaio)</i> | <i>traversina<br/>(cls)</i> | <i>ballast<br/>(pietrisco)</i> | <i>sub-ballast<br/>(misto<br/>granulare)</i> | <i>strato di<br/>protezione<br/>(terra super-<br/>compattata)</i> | <i>rilevato<br/>(terreno<br/>compattato)</i> | <i>terreno<br/>naturale</i> |
|---------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--|---|--|-----------------------------|
| densità $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )   | 7850                                  | 2400                        | 1250                           | 2200   | 2000  | 1400   | 2040                        |
| modulo $E$ (MPa)                      | 210000                                | 30000                       | 130                            | 6000   | 160   | 170  | 18.00                       |
| coefficiente di<br>Poisson $\nu$      | 0.30                                  | 0.15                        | 0.30                           | 0.40   | 0.45  | 0.36   | 0.20                        |

Tabella 2. Proprietà fisiche e meccaniche dei materiali utilizzati (elaborazione a cura di G. Leonardi).

La sollecitazione generata dal treno è stata considerata, utilizzando un approccio semplificato, ovvero come una sequenza di carichi verticali<sup>11</sup>, posizionati in accordo con la geometria e la composizione del treno (locomotive, vagoni e assi), che viaggia a velocità costante  $v$ .

Di seguito si riporta la composizione semplificata (due locomotive e tre vagoni) di un treno ad alta velocità italiano ETR 500 le cui forze sono state applicate considerando la funzione nel tempo di fig. 2.

Gli effetti della discontinuità sul fenomeno propagatorio delle vibrazioni sono stati stimati considerando due differenti tipologie di barriera (tab. 3) realizzate con materiali differenti secondo le caratteristiche riportate nella tabella seguente:

Il modello è stato implementato nel dominio del tempo e le caratteristiche di smorzamento dei materiali sono state analizzate considerando il modello di smorzamento di Rayleigh.

Applicando il metodo di Rayleigh, la matrice di smorzamento  $[C]$  può essere ottenuta dalla relazione seguente:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

dove  $[M]$  è la matrice di massa,  $[K]$  la matrice di rigidità,  $\alpha$  e  $\beta$  sono costanti predefinite.

11. YANG, HUNG 2009; YOUNESIAN, SADRI 2012.

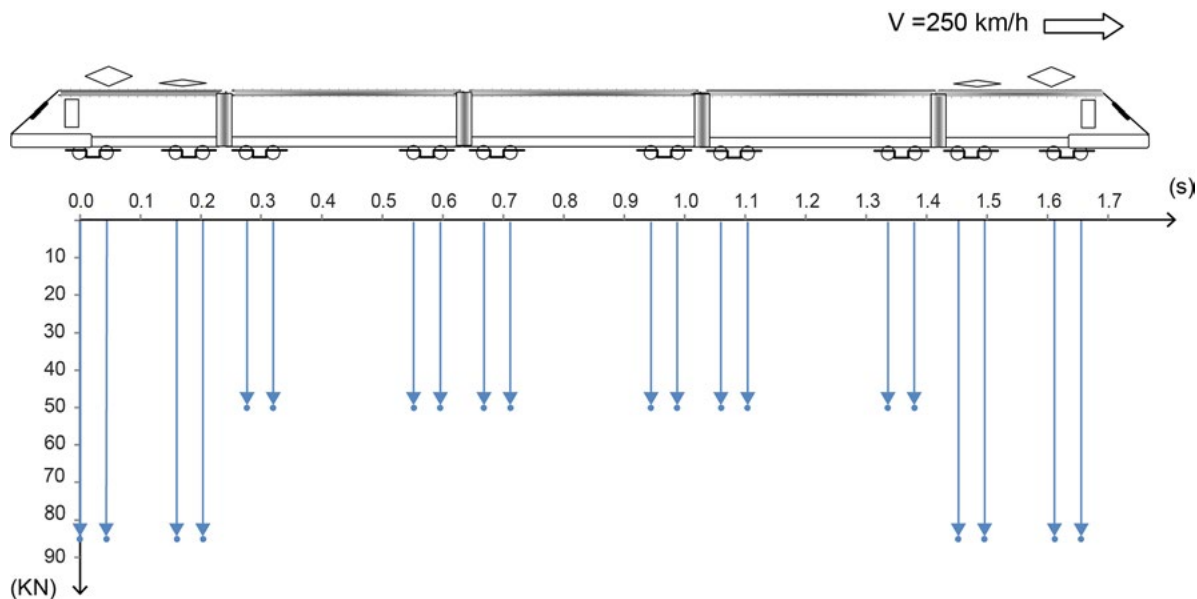


Figura 2. Serie delle sollecitazioni verticali generate da un ETR 500 a una velocità di 250 km/h (elaborazione a cura di G. Leonardi).

| <b>materiale</b> | Density $\rho$<br>[kg/m <sup>3</sup> ] | Modulus E [MPa] | Poisson's ratio<br>$\nu$ | Dumping ratio<br>$\xi$ |
|------------------|--|-----------------|--------------------------|------------------------|
| terra compattata | 2040                                   | 1800            | 0.20                     | 0.10                   |
| calcestruzzo     | 2500                                   | 25000           | 0.15                     | 0.05                   |

Tabella 3. Proprietà meccaniche e fisiche delle barriere (elaborazione a cura di G. Leonardi).

Per un dato modo vibrazionale  $i$ , i rapporti di smorzamento modali per tutti i modi si ottengono dalla relazione:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{b \cdot \omega_i}{2}$$

Nello studio proposto, considerando le frequenze di interessa, per il calcolo dei coefficienti di smorzamento di Rayleigh è stato applicato il metodo proposto da Chopra<sup>12</sup>.

### *Risultati e considerazioni*

La simulazione agli elementi finiti della propagazione delle vibrazioni generate dal passaggio del treno è stata elaborata in ambiente ABAQUS<sup>13</sup>, considerando un modello 2D perpendicolare alla sovrastruttura. Tutte le simulazioni sono state condotte nel dominio del tempo considerando una velocità di 250 km/h e quindi un tempo complessivo per il passaggio del treno pari a 1.70s (fig. 3). Infine, è stato considerato un incremento temporale massimo di 0.0014 sec secondo quanto suggerito da Zerwer<sup>14</sup>. I risultati ottenuti dalle simulazioni sono illustrati nelle figure seguenti dalle quali è possibile osservare il fronte di propagazione dell'onda.

### Effetto delle barriere

Per studiare gli effetti delle differenti tipologie di barriera sono state implementate numerose simulazioni. Inoltre, è stato sviluppato per il confronto un modello privo di misure di mitigazione, in modo da avere un riferimento per valutare l'efficacia delle barriere considerate.

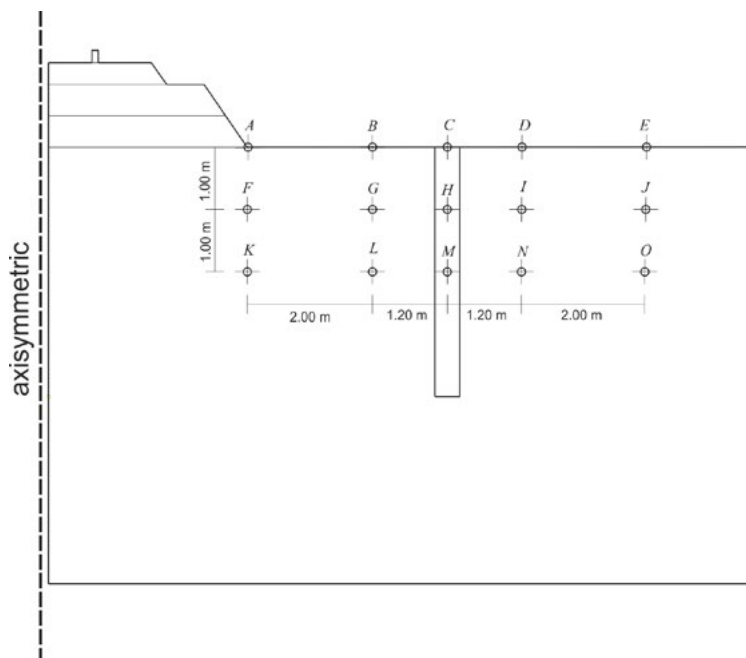
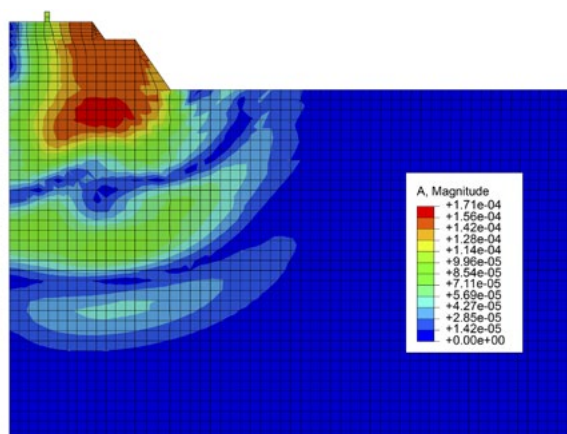
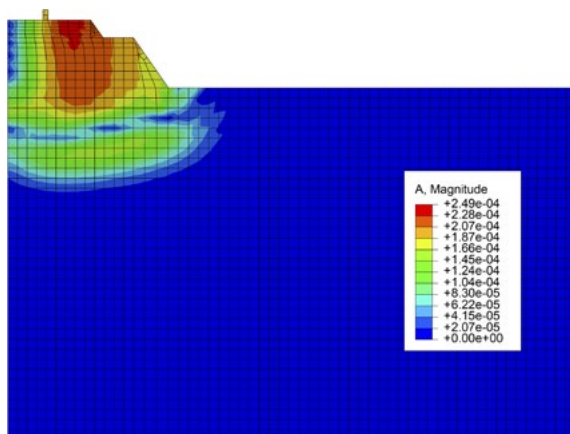
In fig. 4 sono riportati alcuni punti particolari del modello che sono stati considerati nell'analisi e per i quali sono stati ricavati i valori delle caratteristiche dinamiche (accelerazione e velocità) delle onde vibrazionali.

La fig. 5 illustra le variazioni delle velocità e delle accelerazioni (direzione-x e direzione-y) del nodo N (fig. 6) posizionato ad una distanza di 1 metro dalla barriera. Gli effetti della barriera sono inoltre

12. CHOPRA 2001.

13. SIMULIA 2010.

14. ZERWER, POLAK, SANTAMARINA 2003.



In alto, figura 3. Andamento delle accelerazioni delle vibrazioni nel terreno a differenti step temporali ( $t = 0.0144$  sec and  $t = 0.0432$ ) (elaborazione a cura di G. Leonardi); a sinistra, figura 4. Localizzazione geometrica dei principali nodi considerati nell'analisi (elaborazione a cura di G. Leonardi).

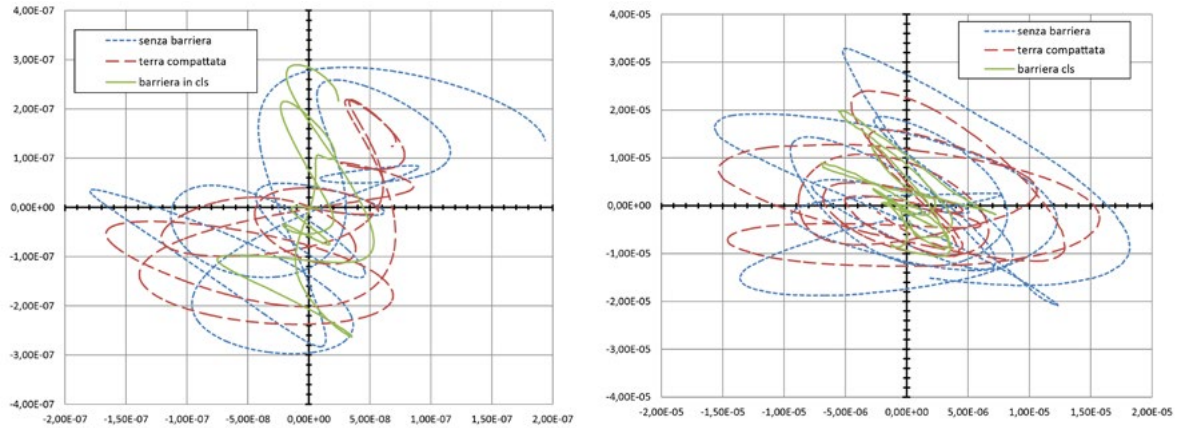


Figura 5. Variazioni delle velocità (m/s) e dell'accelerazioni (m/s<sup>2</sup>) del nodo N (elaborazione a cura di G. Leonardi).

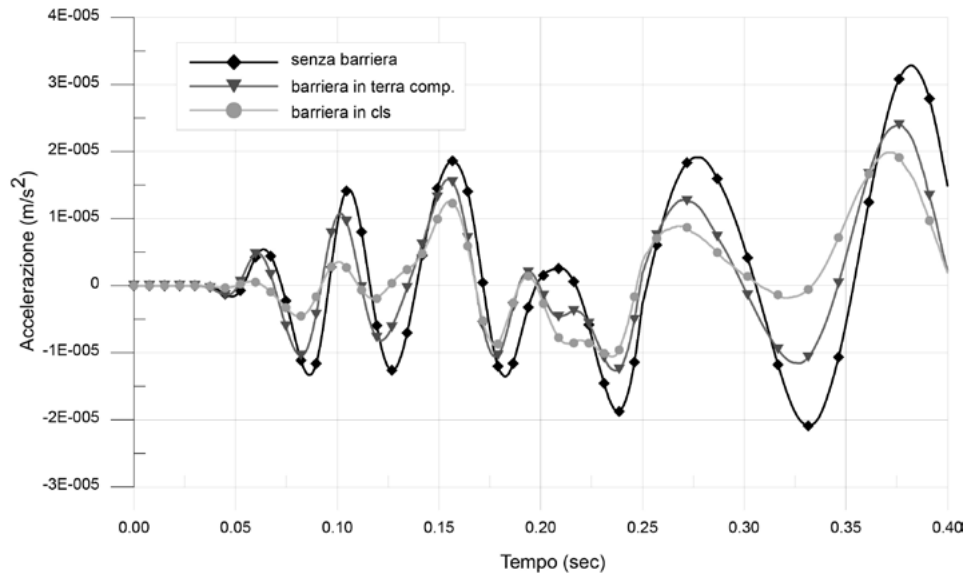


Figura 6. Andamento dell'accelerazione nel tempo (node N) (elaborazione a cura di G. Leonardi).

evidenziati dal grafico di fig. 6 dove viene raffrontato il diverso andamento dell'accelerazione (nodo N) nel tempo per i diversi modelli considerati.

Al fine di analizzare l'efficacia in termini di mitigazione delle vibrazioni delle tipologie di barriera considerate, nella fig. 7 e nella fig. 8 si riporta l'andamento della massima accelerazione verticale lungo la superficie del terreno e ad una profondità di 2 m.

Le analisi agli elementi finiti condotte e sopra illustrate evidenziano che per la tipologia di sorgente vibratoria considerata (treno AV), le barriere in cls forniscono delle performance migliori in termini di riduzione delle vibrazioni.

I risultati ottenuti forniscono utili informazioni per la scelta della tipologia di barriera da utilizzare e per il suo posizionamento rispetto alla sorgente generatrice delle vibrazioni. In particolare, tale approccio metodologico risulta indispensabile quando è necessario rispettare i limiti prefissati dalla normativa che generalmente sono espressi in termini di velocità e accelerazioni (come ad esempio per la normativa italiana).

### *Conclusioni*

I risultati dello studio proposto finalizzato alla valutazione dell'incidenza delle barriere nella riduzione delle vibrazioni generate dal passaggio di un convoglio ferroviario ad alta velocità consentono di affermare che le barriere in cls sembrano più efficienti di quelle in terra compattata a causa della maggiore densità del materiale e di una conseguente maggiore riflessione delle onde.

L'approccio numerico proposto può essere utilizzato per effettuare analisi preliminari quando devono essere progettate barriere in prossimità di ricettori particolarmente sensibili come nel caso di edifici e centri storici che possono essere più vulnerabili ai fenomeni vibratorii causati da infrastrutture ferroviarie e/o tramviarie.

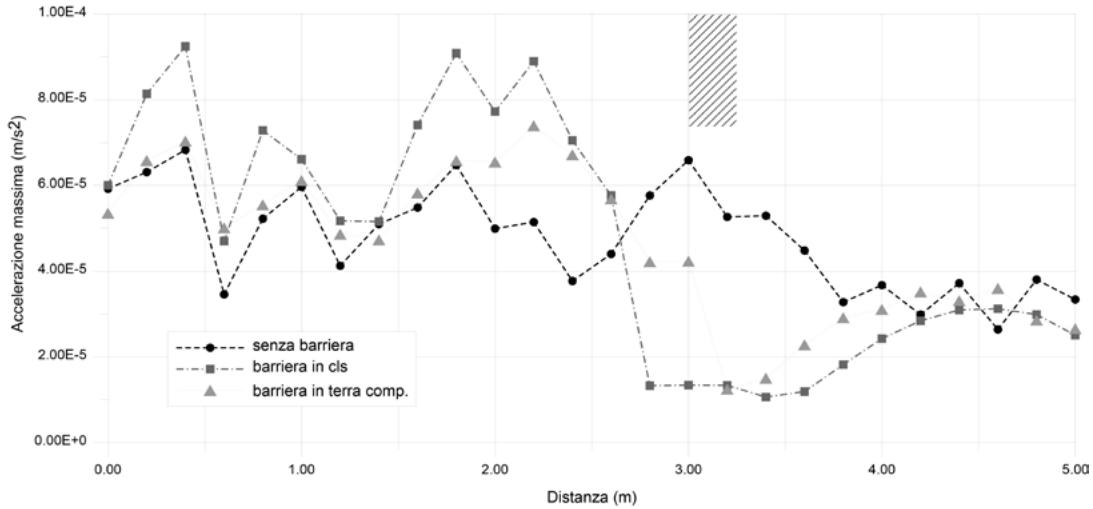


Figura 7. Attenuazione sulla superficie del terreno (elaborazione a cura di G. Leonardi).

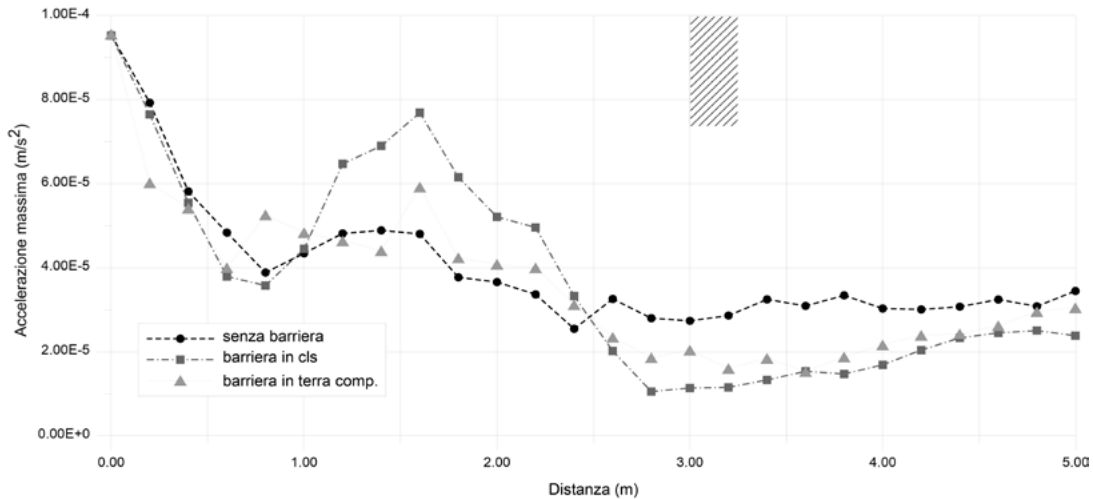


Figura 8. Attenuazione ad una profondità di 2 m dalla superficie del terreno (elaborazione a cura di G. Leonardi).

## Bibliografia

- ADAM 2005 - M. ADAM, O. VON ESTORFF, *Reduction of train-induced building vibrations by using open and filled trenches*, in «Computers & Structures», 2005, 83/1, pp. 11-24.
- AHMAD 1991 - S. AHMAD, T.M. AL-HUSSAINI, *Simplified design for vibration screening by open and in-filled trenches*, in «Journal of geotechnical engineering», 1991, 117/1, pp. 67-88.
- AHMAD 1996 - S. AHMAD, T.M. AL-HUSSAINI, K. L. FISHMAN, *Investigation on active isolation of machine foundations by open trenches*, in «Journal of geotechnical engineering», 1996, 122, pp. 454-461.
- AL HUSSAINI 1991, T.M. AL HUSSAINI, S. AHMAD, *Design of wave barriers for reduction of horizontal ground vibration*, in «Journal of geotechnical engineering», 1991, 117, pp. 616-636.
- AL-HUSSAINI 2000 - T.M. AL-HUSSAINI, S. AHMAD, J.M. BAKER, *Numerical and experimental studies on vibration screening by open and in-filled trench barriers*, in *Proceedings of the International Workshop on Wave Propagation, Moving Load and Vibration Reduction*, (Ruhr-University, Bochum, Germany, 13-15 December 2000), CRC Press, Boca Raton 2000, pp. 288-294.
- BANERJEE, AHMAD, CHEN 1988 - P. BANERJEE, S. AHMAD, K. CHEN, *Advanced application of BEM to wave barriers in multi-layered three-dimensional soil media*, in «Earthquake Engineering & Structural Dynamics», 1988, 16/7, pp. 1041-1060.
- BARKAN 1962 - D. BARKAN, *Dynamics of Bases and Foundations*, McGraw-Hill, New York 1962.
- BUONSANTI ET ALII 2009a - M. BUONSANTI ET ALII, *Mitigation of Railway Traffic Induced Vibrations: The Influence of Barriers in Elastic Half-Space*, in «Advances in Acoustics and Vibration», 2009, pp. 1-7.
- BUONSANTI ET ALII 2009b - M. BUONSANTI ET ALII, *Study of the barriers for the mitigation of railway vibrations*, in *Sound and Vibration*, Proceedings of the 16th International Congress, (Kraków, 5-9 July 2009), International Institute of Acoustics and Vibration, 2009, pp. 1-8.
- CHOPRA 2001 - A.K. CHOPRA, *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*, Prentice Hall Saddle River, New York 2001.
- CIRIANNI, LEONARDI 2012 - F. CIRIANNI, G. LEONARDI, *Environmental modeling for traffic noise in urban area*, in «American Journal of Environmental Science», 2012, 8, pp. 345-351.
- CHOUW, LE, SCHMID 1991 - N. CHOUW, R. LE, G. SCHMID, *An approach to reduce foundation vibrations and soil waves using dynamic transmitting behavior of a soil layer*, in «Bauingenieur», 1991, 66, pp. 215-221.
- DASGUPTA, BESKOS, VARDOULAKIS 1986 - B. DASGUPTA, D. BESKOS, I. VARDOULAKIS, *3-D vibration isolation using open trenches*, in «Innovative numerical methods in engineering», Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1986, pp. 385-392.
- EMAD, MANOLIS 1985 - K. EMAD, G.D. MANOLIS, *Shallow trenches and propagation of surface waves*, in «Journal of Engineering Mechanics», 1985, 111 /2, pp. 279-282.
- EWING, JARDETZKY, PRESS 1957 - W. EWING, W. JARDETZKY, F. PRESS, *Elastic waves in layered media*, McGraw Hill, New York, Toronto, London 1957.
- FERRARA, LEONARDI, JOURDAN 2012 - R. FERRARA, G. LEONARDI, F. JOURDAN, *Numerical Modelling of Train Induced Vibrations*, in «Procedia - Social and Behavioral Sciences», 2012, 53, pp. 155-165.
- FERRARA, LEONARDI, JOURDAN 2013 - R. FERRARA, G. LEONARDI, F. JOURDAN, *A contact-area model for rail-pads connections in 2-D simulations: sensitivity analysis of train-induced vibrations*, in «Vehicle System Dynamics», 2013, 51, pp. 1342-1362.

- GAO ET ALII 2008 - G.Y. GAO ET ALII, *3D analysis of in-filled trench as passive barriers for ground vibration isolation*, in «Science in China Series G: Physics Mechanics and Astronomy», 2008, 51/10, pp. 1573-1585.
- GRAFF 1991 - K. GRAFF, *Wave motion in elastic solids*, Pubns, Dover 1991.
- HALL 2003 - L. HALL, *Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models*, in «Soil Dynamics and Earthquake Engineering», 2003, 23, pp. 403-413.
- KIM ET ALII 2000 - M. KIM ET ALII, *Vibration isolation using flexible rubber chip barriers*, in *Wave 2000: Wave Propagation - Moving Load - Vibration Reduction*, Proceedings of the International Workshop (Ruhr-University, Bochum, Germany, 13-15 December 2000), CRC press, Boca Raton 2000, pp. 289-298.
- KUHLEMEYER 1973 - R.L. KUHLEMEYER, J. LYSMER, *Finite element method accuracy for wave propagation problems*, in «Journal of Soil Mechanics & Foundations», 1973, 99/5, pp. 421-427.
- KATTIS, POLYZOS, BESKOS 1999a - S. KATTIS, D. POLYZOS, D. BESKOS, *Modelling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness*, in «Soil Dynamics and Earthquake Engineering», 1999, 18, pp. 1-10.
- KATTIS, POLYZOS, BESKOS 1999b - S. KATTIS, D. POLYZOS, D. BESKOS, *Vibration isolation by a row of piles using a 3-D frequency domain BEM*, in «International Journal for Numerical Methods in Engineering», 1999, 46, pp. 713-728.
- LAMB 1904 - H. LAMB, *On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid*, in «Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character», 1904, 203, pp. 1-42.
- LEONARDI, BUONSANTI 2014 - G. LEONARDI, M. BUONSANTI, *Reduction of train-induced vibrations by using barriers*, in «Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology», 2014, 7/17, pp. 3623-3632.
- MILLER, PURSEY 1954 - G. MILLER, H. PURSEY, *The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid*, in «Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences», 1954, 233/1155, pp. 521-541.
- MILLER 1955 - G. MILLER, H. PURSEY, *On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid*, in «Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences», 1955, 233/1192, pp. 55-69.
- RICHART, HALL, WOODS 1970 - F.E. RICHART, J.R. HALL, R.D. WOODS, *Vibrations of soils and foundations*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall 1970.
- SHRIVASTAVA, RAO 2002 - R. SHRIVASTAVA, N. KAMESWARA RAO, *Response of soil media due to impulse loads and isolation using trenches*, in «Soil Dynamics and Earthquake Engineering», 2002, 22/8, pp. 695-702.
- SIMULIA 2010 - SIMULIA, *ABAQUS 6.10: User's Manual*, Simulia 2010.
- YANG, HUNG 2009 - Y.B. YANG, H.H. HUNG, *Wave propagation for train-induced vibrations: a finite/infinite element approach*, World Scientific Pub Co Inc, Singapore 2009.
- YANG, HUNG, KAO2010 - Y. B. YANG, H.H. HUNG, J. C. KAO, *2.5D Finite/infinite element approach for simulating train-induced ground vibrations*, in «AIP Conference Proceedings», 2010, 1233/1, pp. 5-14.
- YOUNESIAN, SADRI 2012 - D. YOUNESIAN, M. SADRI, *Effects of the trench geometry on vibration mitigation level in high-speed railway tracks*, in «Journal of Mechanical Science and Technology», 2012, 26/8, pp. 2469-2476.
- ZERWER, POLAK, SANTAMARINA 2003 - A. ZERWER, M.A. POLAK, J.C. SANTAMARINA, *Rayleigh Wave Propagation for the Detection of Near Surface Discontinuities: Finite Element Modeling*, in «Journal of Nondestructive Evaluation», 2003, 22/2, pp. 39-52.